

平成30年度大学院入学試験問題 III (3時間)

注意

- (1) 問題 III-1 の解答は解答用紙 1 枚に記入せよ。裏面を用いてもよい。
- (2) 問題 III-2 は独立した 2 つの小問, III-2A, III-2B からなる。解答はそれぞれ別の解答用紙 1 枚に記入せよ。裏面を用いてもよい。
- (3) 英語の問題である問題 III-3 は小問 III-3A, III-3B からなる。解答は解答用紙 1 枚に記入せよ。裏面を用いてもよい。
- (4) 各解答用紙は横長に使用して, 表側の左上部 (線より上) に問題番号, 受験番号, 氏名を記入せよ。解答用紙の他の部分に受験番号, 氏名を書いてはいけない。この線より上の欄には表, 裏とも解答を書いてはいけない。
- (5) 解答用紙は 3 問 (計 4 枚) すべて提出すること。なお, 問題冊子および下書き用紙は回収しない。
- (6) 問題冊子は表紙を含めて 9 ページまでである。

III-1 (複合問題：電磁気学，力学，前期量子論) (100点)

一様な磁束密度 $\vec{B} = (0, 0, B)$ 中における電子 (電荷 $-e$, 質量 m) の運動 (サイクロトロン運動) を考える. ただし, 電子は磁場に垂直に運動しているとし, 座標系は直角座標とする. なお, 解答はSI単位系で述べよ.

- (1) 電子は磁力線の周りを角振動数 ω_c で旋回運動する. ω_c を求めよ.

次に, 一様磁場のない状態で, 陽子 (電荷 $+e$) の周りを電子が遠心力とクーロン力がつりあった状態で公転運動している状態を考える. これは水素原子の古典模型 (いわゆる長岡模型) である. ただし, 陽子は電子より十分重いので, 静止していると近似して良い.

- (2) 公転運動の半径が r の円軌道のとき公転運動の角振動数 ω_0 を求めよ. ただし, 真空中の誘電率は ϵ_0 とする.
- (3) 電子の軌道は電子の運動量の大きさ mv で決まる物質波の波長 $\lambda = h/(mv)$ より短い軌道を取ることができない. つまり最小の軌道長 $2\pi r$ は λ に等しい. これから最小の軌道半径 r_B (ボーア半径) を求めよ. ただし, h はプランク定数である.

さて, 上記の水素原子の古典模型に一様な磁束密度 $\vec{B} = (0, 0, B)$ をかけたときの磁場に垂直な面 (xy 面) における電子の運動を考えよう.

- (4) 電子の運動方程式を, 直角座標を用いて書き下せ.
- (5) 磁場が弱いとき ($\omega_0 \gg \omega_c$ のとき), 基本的に電子は陽子の周りを公転運動する. 公転運動の角振動数 ω は, ローレンツ力により磁場がないときの値 ω_0 からわずかにずれ, $\omega = \omega_0 \pm \delta\omega$ となる. このときの $\delta\omega$ を求めよ. ただし, 簡単のため, 電子の軌道半径 r は一定として計算せよ. (この角振動数のずれが, ゼーマン効果における振動数のずれに対応する. このモデルはゼーマン効果の最も簡単な古典モデルである.)

(このページは白紙である)

III-2A (量子力学) (50点)

固定された剛体球ポテンシャル

$$V(r) = \begin{cases} \infty & (r < a) \\ 0 & (r \geq a) \end{cases} \quad (\text{A})$$

による質量 μ の粒子の散乱を考える．散乱状態を定常状態として扱う．ここで，動径座標を $r = |\vec{r}|$ ，光速を c ，プランク定数を 2π で割ったものを \hbar とする．

(1) エネルギー E で時刻 t の波動関数を

$$\psi(\vec{r}, t) = \varphi(\vec{r}) \exp\left(-\frac{iEt}{\hbar}\right) \quad (\text{B})$$

と表したとき，シュレディンガー方程式から $\varphi(\vec{r})$ の満たす式を書き下せ．

(2) s -波（軌道角運動量量子数 $\ell = 0$ ）の解を

$$\varphi(\vec{r}) = \frac{\chi_0(r)}{r} \quad (\text{C})$$

とおいて求めよ．ただし，規格化定数は問わない．

(3) s -波の全散乱断面積を求めよ．また，エネルギー E を固定して半径 a を変えたとき， s -波の全散乱断面積の最大と最小の値を導け．ここで， z 軸の負の方向から波数 $k = \sqrt{2\mu E/\hbar^2}$ の平面波が入射している場合， z 軸を軸とする極座標を (r, θ, ϕ) として，無限遠方での境界条件は

$$\varphi(\vec{r}) = e^{ikz} + f(\theta, \phi) \frac{e^{ikr}}{r}, \quad (r \rightarrow \infty) \quad (\text{D})$$

という形をとり，全散乱断面積は，

$$\sigma_{\text{tot}} = \int |f(\theta, \phi)|^2 \sin\theta d\theta d\phi \quad (\text{E})$$

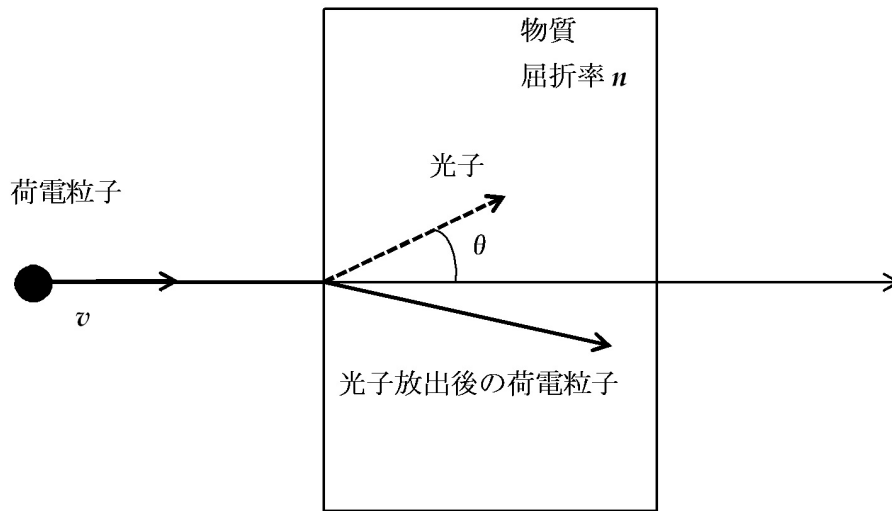
であることを用いてよい．また，平面波の球面波展開

$$e^{ikz} = \sum_{\ell=0}^{\infty} i^{\ell} (2\ell+1) j_{\ell}(kr) P_{\ell}(\cos\theta) \quad (\text{F})$$

を用いてよい．ここで， $P_{\ell}(x)$ はルジャンドル多項式， $j_{\ell}(x)$ は球ベッセル関数で， $j_0(kr) = \sin(kr)/kr$ である．

III-2B (実験) (50点)

物質中を荷電粒子が通過する際に光子を放出する現象（チェレンコフ放射）について考える．図に示すように，真空中を運動する荷電粒子が，屈折率 $n(n > 1)$ を持つ物質に入射した直後に起こるチェレンコフ放射について考える．荷電粒子の速さ v は光速 c に近いものとし，特殊相対論的効果を考慮に入れて以下の問いに答えよ．



図

- (1) 物質入射前の荷電粒子について，その運動量の大きさ p を，荷電粒子のエネルギー E および速さ v で表せ．
- (2) 放出された光子について，そのエネルギーを E_γ とすると，運動量の大きさはいくらか．
- (3) 荷電粒子あるいは荷電粒子と光子の系について，物質への入射前後でエネルギーおよび運動量が保存するとして，入射方向に対して物質内で光子が放出された角度 θ の余弦を E および E_γ を用いて表せ．荷電粒子については物質中での速さの変化は無視できるとする．
- (4) 小問(3)の条件が成り立つとして，光子が放出されるための v の条件を求めよ．

III-3A (英語) (50点)

以下は1968年8月にTIME誌に掲載されたドイツの化学者・物理学者 Otto Hahn 氏に関する記事である。よく読んで後の質問に答えよ。文中のアスタリスク(*)のついた単語の意味は末尾に注釈として書いてある。



(A) in exile



(B) Once back in Germany, Hahn struggled to rebuild the shattered remains of his old institute as president of its successor, the Max

Planck Society*. He also became an outspoken foe of atomic weapons.

C.

注釈： isotope: 同位体, innate: 生まれつきの, TNT: トリニトロトルエン, Promethean: ギリシャ神話のプロメテウスのような(スケールが大きく恐ろしいことを意味する), Max Planck Society: マックスプランク学術振興協会.

(1) Hahn 氏の行った実験とその結果, それがどのような当時の常識を覆したかを日本語で簡潔に説明せよ.

(2) 下線 A, in exile とはどういうことか説明せよ.

(3) ドイツが fission の研究を追求しなかった理由と, アメリカが追及した理由をそれぞれ文中から読み取れる範囲で日本語で書け.

(4) 下線 B の部分を和訳せよ.

(5) C に入る最も適切な単語を以下から一つ選べ.

(a) politeness (b) sincerity (c) fervor (d) humility

III-3B (英語) (50点)

以下は日本学術会議が1980年に採択した科学者憲章に基づいた文章である。下線部 A, B, C を英訳せよ。

(A) 科学における真理の探求とその成果の応用は、人間の最も高度に発達した知的活動に属する。 (B) これに携わる科学者は、真実を尊重し、独断を排し、真理に対する純粋にして厳正な精神を堅持するよう努めなければならない。

- (C) 諸科学の調和ある発展を重んじ、科学の精神と知識の普及を図る。

(このページは白紙である)