**グローバル COE プログラム**
**「普遍性と創発性から紡ぐ次世代物理学－フロンティア開拓のための自立的人材養成－」**
双方向国際交流プログラム(BIEP, 派遣）報告書

2012　年　 2 月 3 日

派遣大学院生

| | |
|---|---|
| 氏名(ふりがな) | 菊池　徹(きくち　とおる) |
| 所属部局および専攻内の所属分野 | 理学研究科　物理学・宇宙物理学専攻　素粒子論研究室 |
| 指導教員 | 川合　光、　畑　浩之 |
| 学年 | 博士課程 3 年 |
| メールアドレス | kikuchi@gauge.scphys.kyoto-u.ac.jp |
| 電話番号、ＦＡＸ | 075-753-3879 |

派遣先

| | |
|---|---|
| 受け入れ研究者氏名 | David Tong |
| 所属機関（国） | University of Cambridge, United Kingdom |
| 身分 | Reader（日本の准教授に相当） |
| メールアドレス | D.Tong@damtp.cam.ac.uk |
| 研究室 URL | http://www.damtp.cam.ac.uk/ |
| 電話番号、FAX | +44 1223 337874 |

共同研究

| | | |
|---|---|---|
| 研究課題名 | 和文 | ソリトンのゼロモードのダイナミクス |
| | 英文 | Dynamics of zero modes of solitons |
| 派遣期間 | | 2011 年 1 月 21 日～3 月 1 日 |

実際に行った研究活動、成果など簡潔に記述してください。スペース不足の場合は、用紙を追加してください。また、GCOE への今後の要望があれば記してください。

ソリトンとは、場の非線形性によって形成される局所的なエネルギーの塊のことである。代表的な例としては、水面上の孤立波、レーザー中の光パルス、超伝導体中の渦糸、Bose-Einstein 凝縮体、物質中の様々なスピン励起、統一理論におけるモノポール、量子色力学における BPST インスタントン、電弱統一理論におけるスファレロンなどがあり、ソリトンは物理学のあらゆる分野で理論的・実験的に現れる基本的対象である。

・ソリトンの相対論的運動学

現実世界のソリトンを記述するためには、そのダイナミクスの解析手法を確立する必要がある。ソリトンの運動は振動運動と定常運動(ゼロモード)の２種類に大きく分けられる。後者は理論の対称性に直結しており、例えばソリトンの実空間における並進運動や回転運動が該当する。ゼロモードのダイナミクスは静的なソリトン解に集団座標を導入することによって記述される。φ(x)を静的なソリトン解とした時、並進運動なら重心の位置 X を集団座標としてφ(x-X)、回転運動なら SO(3)行列 R を集団座標としてφ(R^{-1}x)、といった具合である。そしてこれらの集団座標を時間に依存する力学変数 X(t)や R(t)などと見なして、そのダイナミクスを調べる。

ところが容易に見てとれるように、このように集団座標を導入された場は運動方程式を満たすものではない。周知のように、速度 V で(等速)運動する場は Lorentz 収縮をしてφ((x-X)/√{1-V^2})という形をとる。回転運動に関しても、ソリトンは自身の回転運動による変形を受けるはずである。したがってφ(R^{-1}(t)x)のような集団座標の導入は、ソリトンの運動が充分に非相対論的で変形が無視できるような場合にのみ、剛体近似として成り立つものである。このような集団座標の導入は 60 年代あたりから行われてきた。

では、この剛体近似（非相対論的近似）はいつでも妥当なものなのだろうか？妥当でない場合は、どのようにして、ソリトン自身の変形を表すように（相対論的に）集団座標を導入すればよいのだろうか？このような基本的で、多くの分野にとって有用な結果を与えるであろう問題が正面から議論されたこと自体がほとんどない。

このテーマに対して私が調べたのはスカーミオンと呼ばれるソリトンの回転運動である。このソリトンは空間３次元のソリトンとしては最もシンプルで基礎的なソリトンであると同時に、メソンの低エネルギー有効理論であるカイラル・ラグランジアンに自然に現れるソリトンで、バリオンを表すソリトンとして知られる。

バリオンはスピンをもつので、バリオンの模型としてスカーミオンを考えるときには、その回転運動を解析する必要がある。先行研究では、この回転運動の解析が非相対論的近似の枠組みで行われた。彼らの結果は、バリオンの荷電半径などの種々の物理量に対して、理論値は実験値とほぼ 30%ほど離れている、というものであった。その後、今に至るまで非相対論的近似の結果に対する改良が試みられてきたが、場の理論として第一原理的に(アプリオリに)満足な仕事はなく、非相対論的近似に基づく結果はスカーミオンの定量的評価として定説になっている。

ところが、スカーミオンの回転に対して非相対論的近似を用いるのはそもそも無理がある。なぜなら、スカーミオンがバリオンの質量スペクトルを再現するためには、$10^{23}$ヘルツほどの非常に大きな角速度で回転する必要があり、この時、回転運動エネルギーの静止質量に対する比率は数十パーセントに上るからである。非相対論的近似が成り立つのは、運動エネルギーが静止質量に対して充分に小さい場合であるから、この近似をスカーミオンの回転運動の解析に用いるのは適切ではない。

このようにスカーミオンは、代表的にシンプルなソリトンであり、現象論的にも興味を持たれており、かつ集団座標の非相対論的近似による取り扱いが不完全であるという、私の問題意識に非常に合致したソリトンであったので、その回転運動について詳しく解析した。

まず私は、非相対論的近似を超えた集団座標の導入の原理として、「集団座標の運動方程式が成り立つ時、場自身の運動方程式も成り立つように集団座標を導入すべき」ということを提唱した。これは、集団座標のダイナミクスが、もともとの場の理論のダイナミクスの一部として矛盾なく組み込まれるべきであると要請しているものである。もともとの場の理論が相対論的ならば、このように導入した集団座標のダイナミクスも自動的に相対論的なものになる。

私は、このような原理に基づいて、回転するスカーミオンの解を求めた。私が得た結果は、$U(x)$を静的なスカーミオン解としたとき、回転するスカーミオン $U_{rot}(x,t)$は、$U_{rot}(x,t)=U(y)$という実に簡単な形で与えられることが分かった。ここで $y=y(R^{-1}x,\dot{R})$は $R^{-1}x$ と $R$ の時間微分$\dot{R}$ に依存する３次元ベクトルであり、その形は露わに求めることができた。この解の形は、自身の回転によって変形しているソリトン解が、剛体近似 $U(R^{-1}x)$の自然な拡張として、静的なソリトン解の引数を座標変換($x \Leftrightarrow y$)するだけで得られる、ということを意味している。これは、回転運動のような運動に対しても、並進運動における Lorentz 変換に対応するようなシンプルな幾何学的構造がある可能性を示唆している。私の知る限り、運動するソリトン解をこのような形で記述した先行研究は無い。

非相対論的近似を超えた無矛盾な集団座標の導入という問題意識、静的な解からの座標変換というアイデアや、その表示を明示的に得られたという結果などは、スカーミオンに限らず、ソリトンのダイナミクスに関して私の仕事が初めて与えたものであり、さらなる面白い広がりが期待できる研究になっている。

次に私は、バリオンの現象論として、この回転する場を用いて、バリオンの質量スペクトルや、荷電半径などの物理量を計算した。まず分かった事実として、メソンの質量をゼロとした場合、スカーミオンの回転運動エネルギーが発散してしまう。このような事実は非相対論的近似による解析では得られない。メソンの質量をノンゼロにした場合でも、種々の物理量に対して、今回私が与えた補正は数十%にもなり、スカーミオンの回転運動に対して非相対論的近似が適切でないことが分かった。このようにして、「実験値と 30%の誤差がある」ということが 30 年来の定説であったスカーミオンの定量的評価を私は振り出しに戻した。

このように、私は非相対論的近似を超えた集団座標の導入という、基本的でありながら未開である問題に挑み、ソリトンのダイナミクスについて新しく興味深い結果を得ることができた。この研究結果を受け入れ先機関である DAMTP にてインフォーマルセミナーの形で口頭発表した。

これまでの先行研究では、例外的に可積分な場合を除いて、静的なソリトン解をもとに運動状態にあるソリトン解を求める際には、場を時間微分に関して展開し、各次数に関して逐次的に解を求めるといった方法のみが採られている。しかし、私は、運動状態にあるソリトンは、静的なソリトン解から簡単な変換をするだけで得られると予想している。その変換の主要な例は座標変換である。実際、私はスカーミオンと呼ばれるソリトンの回転運動が、静的な解からの座標変換だけで簡潔に得られるということを示した。また、他にも、現在研究中のものとして、(1+4)次元における Yang-Mills 理論のソリトンの運動も、同様に座標変換で記述できることを発見している。このような事実の一般性や、背後にある幾何学的構造について調べた。

・明白に共変的なダイオンの取り扱い

電荷と磁荷を両方持つようなソリトンはダイオンと呼ばれ、構成要素にゲージ場を含む。私が知る限り、どのようなダイオン解であっても、その具体的な表式は、A_0=…、A_i=…といったように、ゲージ場の時間成分と空間成分を分けて書き下されている。しかし、解の表式は、時間成分と空間成分を一括して、一つのベクトルとして明白に共変的に書き下せるはずである。このような共変的な記述ができれば、ゲージ場の時間成分と空間成分の関係、ひいてはモノポールとダイオンの関係が幾何学的にはっきりと理解できる。これは、Kerr ブラックホールの共変的な表示である Kerr-Schild 表示をダイオンの場合に対して求めることに相当している。最も古典的なダイオンの例である Julia-Zee ダイオンについてこの関係を調べた。

・オリエンテーションモジュライの理解

ゲージ場のソリトンは、オリエンテーションモジュライと呼ばれるモジュライを持っていて、それはゲージ場の「大域的ゲージ変換」に対応していると広く認識されている。ゲージ変換であっても、無限遠方の境界条件を変える大域的変換であれば物理的な意味を持っている、という理解である。しかし、先の(1+4)次元における Yang-Mills 理論のソリトンや、Julia-Zee ダイオンを調べていく中で、そのような認識は これらの基本的な例では誤っていることを私は発見している。オリエンテーションモジュライは、解を別の解に移すような変換ではなく、むしろ解を不変に保つような変換に対応しているのである。例えば(1+4)次元における Yang-Mills 理論のソリトンは、4 次元空間の回転 SO(4)=SU(2)_L×SU(2)_R のうち SU(2)_R 部分を作用させても不変である。一見するとこのような不変な変換はソリトンの運動と全く関係ないように思われるが、変換が時間に依存するような場合には、その時間変化を拾って、ソリトンが変化するのである。同様の事情は Julia-Zee ダイオンにも言える。解を不変に保つ変換が運動の自由度として現れてくるというのは不思議なことであり、事情を詳しく調べた。これらの研究は特に David Tong が構成した dyonic instanton と関係しており、彼と特に議論をした。

以上のような研究テーマについて、受け入れ教員である David Tong や、他に Nicholas Manton, Alexai Cherman などと議論をさせてもらった。